

アンサンブル予報を用いた簡易感度解析

榎本剛 (海洋機構), 山根省三 (千葉科学大/海洋機構), 大淵済 (海洋機構)

1 はじめに

大気の観測は、海洋の観測に比べて、時空間的に密であるが、地球上のどこでも一様であるとはいいがたい。そのため、仮に観測誤差がなく、モデルが完璧だとしても、初期値には品質の非一様性に起因する解析誤差が含まれる。初期値に含まれる解析誤差は予測可能性に大きな影響を与える要因であるが、追加的な観測によりこれを小さくすることができれば、予報精度を改善することが期待される。観測には費用がかかるので、無制限に増やすことができない。そこで、最も予測精度を改善する効果の大きい領域（高感度領域、ターゲット域）に絞って観測することになる。これを最適観測といい、高感度領域を推定することを感度解析という。

感度解析はアンサンブル予報の初期擾乱作成法と表裏一体であり、随伴モデルを用いる特異ベクトル法 (Buizza *et al.* 1993) やアンサンブル・カルマンフィルタを用いる手法 (Bishop and Toth 1999) が考案されている。ここでは、既に計算されたアンサンブル予報結果を用いた簡便な感度解析手法について紹介する。簡単のために、観測誤差や解析誤差は陽に考慮せず、着目している領域（検証領域）で最も発達するような、初期擾乱をアンサンブル予報の初期値の線型結合で表現することを考える。

2 感度解析の基礎

本節では、まず、特異ベクトル法による感度解析の要点について述べ、続いてこれをアンサンブル予報を用いて近似することにする。

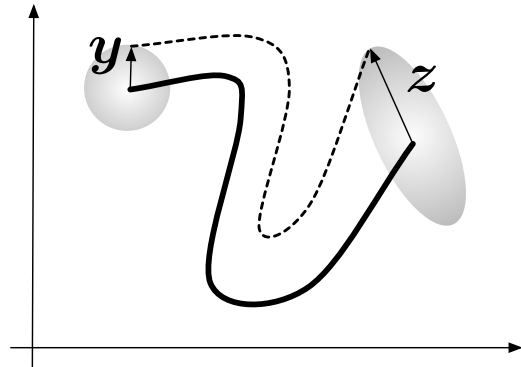


図 1: 感度解析の概念図。実線は解の時間発展、点線は最も発達した擾乱の時間発展を示す。陰影は、擾乱の分布を示す。 z は予報時刻において最も発達した方向を示すベクトルで、 y はこれに対応する初期擾乱。(山根, 2002 をもとに作成.)

2.1 特異ベクトル法を用いた感度解析

図 1 は位相空間を 2 次元で代表させた、摂動の時間発展を示す概念図である。感度解析では、予報時刻において最も発達した擾乱 z に対応する初期擾乱 y を求める。つまり、初期擾乱が $\|y\| = 1$ という条件の下で、 $\|z\|$ を最大化する、というのが感度解析の問題設定である。自由度は n 、すなわち $y \in \mathbf{R}^n$ とする。ここで、擾乱の時間発展を表す写像が n 次の正方行列 M で表せるとすると、

$$z = My \quad (1)$$

とかける。

今、擾乱のノルムが

$$\begin{aligned} \|y\| &= \sqrt{y^T y}, \\ \|z\| &= \sqrt{z^T z} \end{aligned} \quad (2)$$

のようにかけるとすると、Lagrange の未定係数

法から,

$$\begin{aligned} F(\mathbf{y}, \lambda) &= \mathbf{z}^T \mathbf{z} + \lambda(1 - \mathbf{y}^T \mathbf{y}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{y} + \lambda(1 - \mathbf{y}^T \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (3)$$

の極値が解となる. すなわち,

$$\mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{y} = \lambda \mathbf{y} \quad (4)$$

となり, 行列 \mathbf{M} の特異ベクトルが求める解である. 実際には, \mathbf{M} が大規模行列となるため, 接線型モデル \mathbf{M} と随伴モデル \mathbf{M}^T を繰り返し積分して式 (4) の近似解を求める. また, ここでは式 (2) のように簡単にかいたが, \mathbf{y} のノルムの定義に解析誤差分布の情報が含まれ, \mathbf{z} のノルムの定義に検証領域やそこでの評価の仕方が含まれる.

2.2 アンサンブル予報を利用した近似

m メンバーのアンサンブル予報を用いて, 前小節の感度解析を近似する. 各々のアンサンブル・メンバーに式 (1) が成り立つとき, アンサンブル・メンバーの線型和,

$$\mathbf{y} = p_1 \mathbf{y}_1 + p_2 \mathbf{y}_2 + \cdots + p_n \mathbf{y}_m \quad (5)$$

のうち, 予報時刻において擾乱が最も大きくなるような係数 $\mathbf{p} \equiv (p_1 p_2 \cdots p_n)^T$ を求めることが, ここでの問題である.

m メンバーからなる擾乱を m 列の列ベクトルからなる行列,

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \cdots \mathbf{y}_m), \mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 \cdots \mathbf{z}_m) \quad (6)$$

とかくと, 式 (5) は,

$$\mathbf{y} = \mathbf{Y} \mathbf{p} \quad (7)$$

と表せる. 式 (1) より,

$$\mathbf{z} = \mathbf{M} \mathbf{Y} \mathbf{p} \quad (8)$$

となる. 前小節と同様に Lagrange の未定係数法により,

$$(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \mathbf{p} = \lambda \mathbf{p} \quad (9)$$

を得る.

初期擾乱がすべて同じ大きさに規格化されており, 直交するとき行列 $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ の逆は単位行列を定数倍したものとなるので, 行列 \mathbf{Z} の特異ベクトルがわかれば, この問題は解ける.

以上は, 空間 \mathbf{R}^n の部分空間 \mathbf{R}^m における感度解析である. $m \rightarrow n$ のとき, 前小節の空間 \mathbf{R}^n の感度解析に漸近する.

3 感度解析の例

3.1 データと解析方法

本節では, 日本付近を検証領域として第 2.2 節の感度解析を行なった事例を紹介する. ここで行なう感度解析は, 第 2.2 節の手法の特性を把握するとともに, 1 年間を通じて実行することにより, 各々の季節に特徴的な現象の高感度領域や高感度領域の季節性を概観することを目的とする.

用いたデータは, 気象業務支援センターを通じて GRIB 形式で提供されている, 2003 年 1 年間の気象庁週間アンサンブル予報の GPV (Grid Point Value, 格子点値) である. 予報の解像度は T106L40¹ であるが, 提供されているデータは水平解像度 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ の等緯度経度格子に内挿されており, 鉛直層は 300, 500, 850 hPa 面のみである. 等圧面の変数は風向・風速 u, v , 高度 z , 気温 T で, 下層のみ相対湿度が含まれる. その他に地表面の風向・風速, 降水量, 海面気圧 slp が提供されている. ノルムの計算には, u, v, T, slp を利用する. 初期擾乱は成長モード育成法で生成されており, 直交化が施されている. メンバー数は 25, 予報時間は 192 時間 (8 日) で, 24 時間ごとのデータが提供されている.

解析の手順は次の通りである.

1. 検証時刻, 検証領域を定め, ノルムを定義する.
2. 予報時刻における擾乱の特異値解析を行なう.
3. 右特異ベクトルとして得られる主成分を重

¹T106 は東西波数・全波数とも同じ三角切断を用い, 切断波数が 106 (水平格子間隔約 125km に相当) であること, L40 は鉛直層数が 40 であることを表す.

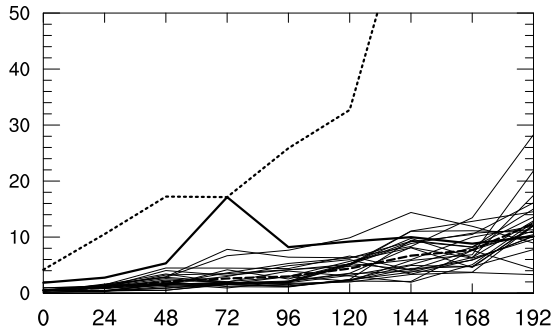


図 2: 日本域での乾燥全エネルギーの時間発展. 初期時刻は, 1月2日12UTCを初期時刻. 横軸は予報時刻 (h), 縦軸は単位面積あたりの乾燥全エネルギー (Jkg^{-1}) を表す. 細実線はアンサンブルの各メンバー, 破線はアンサンブル平均, 太実線は予報時刻 72 h における感度解析の第 1 モードとその各時刻への回帰, 点線は各時刻での第 1 モード.

みとした, 初期擾乱の重み付き平均を計算する.

検証領域は, $125^{\circ}\text{E}-150^{\circ}\text{E}$, $25^{\circ}\text{N}-50^{\circ}\text{N}$ に設定した. ここでは, 簡単のため擾乱はコントロールランからのずれとして定義した. そのため, 最大 24 次元空間での感度解析となる. 擾乱を求める際は, 1 格子が表す面積の緯度変化や鉛直層の厚さを考慮している.

ノルムはエネルギー積分量,

$$\text{TE} = \frac{1}{2} \iint_A u'^2 + v'^2 + \frac{c_p}{T_r} T'^2 + RT_r \left(\frac{p'_s}{p_r} \right)^2 dA dp \quad (10)$$

の指標となる乾燥全エネルギー・ノルム (Tala-grand 1981, Ehrendorfer *et al.* 1999) を用いた. ここで, l はコントロール・ランからのずれ, $T_r = 270 \text{ K}$, $p_r = 1000 \text{ hPa}$ である.

3.2 解析結果

まず, 感度解析により求まる擾乱がどのように時間発展するか調べてみる. 図 2 は, 乾燥全エネルギーの時間発展を示している. 感度解析の第 1 モード (点線) をみると, いずれの時刻を検

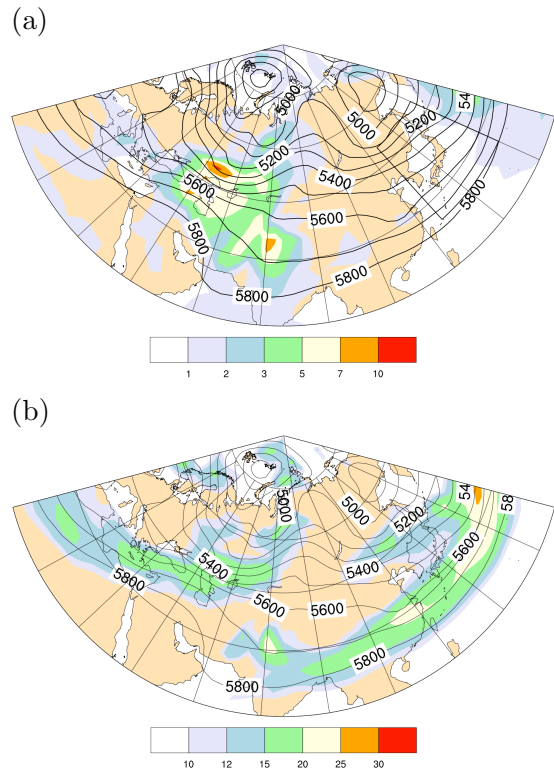


図 3: 寒気吹き出しの 3 日前の (a) 高感度領域と (b) スプレッド. 初期時刻は 1月12日12UTC. 日本付近の矩形域は検証領域を表す. 色付き陰影は, (a) 乾燥全エネルギー (Jkg^{-1}) でみた第 1 ~ 10 モードの平均値及び (b) スプレッド. 等値線は 500hPa の等高度線.

証時刻としたときも, どのメンバーよりも大きなエネルギーをもつ. 検証時刻を 72 h の第 1 モードとその回帰 (太実線) をみると, 48 h から 72 h の間で急発達しているが, 予報の後半では必ずしも各メンバーに比べて大きなエネルギーをもつわけではない. すなわち, 第 1 モードは検証時刻に最も発達するような初期擾乱の組み合わせであることがわかる.

次に高感度領域の水平分布の例を示す. 図 3 は初期時刻 1月12日12UTC, 検証時刻 1月15日12UTC のアンサンブル予報から求めた高感度領域である. 1月15日は, 低気圧の通過後, 全国的に寒気が入った. 日本付近での擾乱の発達に感度の高い領域は, 偏西風が分流域から下流に広がっている (図 3a). この領域は, スプレッドの大きい領域に重なっているが, スプレッドは偏西風に沿って東西に伸びている (図 3b). すなわ

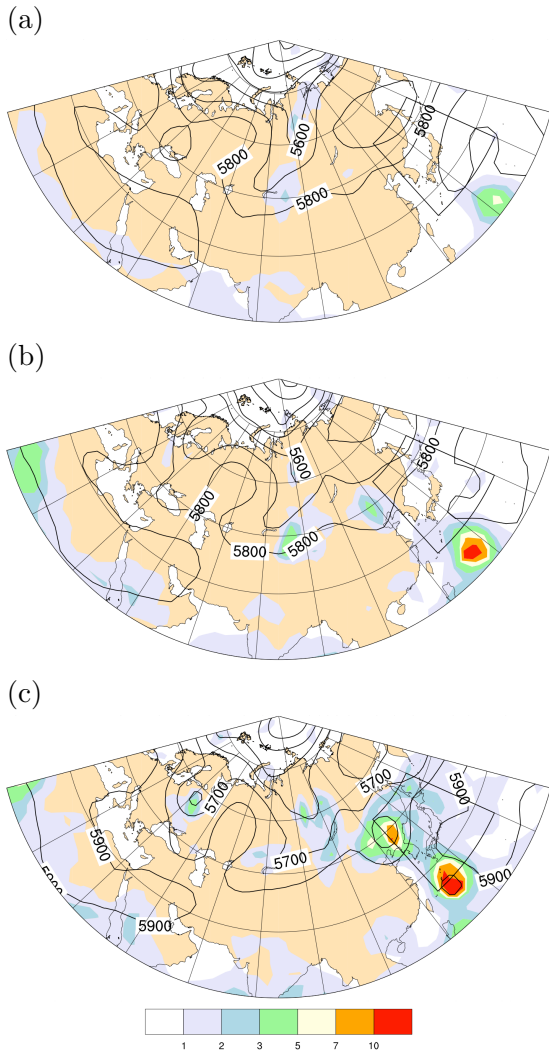


図 4: 台風の接近に伴う高感度領域. 初期時刻は 8 月 (a) 4 日, (b) 5 日, (c) 6 日 12UTC, 検証時刻はすべて 7 日 12UTC. 図の見方は図 3a 参照.

ち、スプレッドの大ききところがすべて日本域に影響が大きいということではないことを感度解析の結果は示している。

図 4 は台風が接近したときの事例で、同じ検証時刻で異なる初期時刻の予報を解析したものである。上から、72, 48, 24 時間予報である。これは 8 月の事例であるが、夏は偏西風上の感度はほとんどなくなり、亜熱帯・熱帯の感度が大きくなる。台風が接近するにつれて、当然それ自体の感度が大きくなる (図 4a, b)。興味深いことは、中緯度の谷にも無視できない程度の感度があることである (図 4c)。

4 まとめと今後の課題

この研究では、感度解析の基礎を概観し、これに基づいて簡単な感度解析を行なった。気象庁週間アンサンブル予報を 1 年分解析したところ、感度の高い領域には季節性が認められた。寒気吹き出しの事例では、この感度解析がスプレッドの大ききところから、高感度領域を特定できること示した。台風的事例では、台風そのものだけでなく、中緯度の谷の高感度領域も検出しうることを示した。

この手法の利点は、アンサンブル予報だけで任意の検証領域・検証時刻の感度解析ができることである。他のアンサンブルを利用する手法と同様に、随伴モデルが不要なので最新のモデルに対応できる。気象庁週間アンサンブル予報は、成長モード育成法により初期擾乱を求めているので、モデルの定式化の範囲内でアトラクタ上の解が得られる。

他方この手法は、モデルの性能、メンバー数に依存する。また、気象庁週間アンサンブル予報の初期擾乱に非現実的な水蒸気の分布が含まれていることがあり、そのまま相対湿度にも回帰するだけでは、湿潤過程の影響を論ずることはできない。

今後は様々な事例、データセットに適用し、メンバー数依存性を調べたり、他の手法との比較を行ない、有用性をさらに検証していきたい。

参考文献

- Bishop, C. H. and Z. Toth, 1999: Ensemble transformation and adaptive observations. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1748–1765.
- Buizza, R. J. Tribba, F. Molteni and T. Palmer, 1993: Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction model. *Tellus*, **45A**, 388–407.
- Ehrendorfer, M., R. M. Errico and K. D. Raeder, 1999: Singular-vector perturbation growth in a primitive equation model with moist physics. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 1627–1648.
- Talagrand, O., 1981: A study of the dynamics of four-dimensional data assimilation. *Tellus*, **33**, 43–60.
- 山根省三, 2002: 摂動の線型発展の理論. 第 2 章, アンサンブル予報, 気象研究ノート, **201**, 21–71.