

# 周極渦の崩壊・再生サイクルと予測可能性変動 — 順圧モデルを用いた感度解析に向けて—

仲本 康浩・余田 成男  
京都大学大学院理学研究科

## 1 はじめに

成層圏突然昇温現象 (SSW) とは、冬季北極域成層圏の気温が数日のうちに何十度も上昇する現象で、周極渦の崩壊に伴う半球規模の力学的現象である (例えば、<http://www.appmath.columbia.edu/ssws/index.php>) . 大規模な SSW は 2~3 年に一度の頻度で生じている. SSW 発生期の力学過程について、これまで様々な観点から研究されてきたが、中長期予報の予測可能性という点からは Mukougawa et al.(2005)の研究がある. 彼らは、気象庁のヶ月アンサンブル予報結果を用いて、2001 年 12 月に発生した SSW では予報誤差の拡大率が予報の初期時刻に依存して大きく変動することを明らかにした.

彼らの結果を踏まえ、本研究では、SSW 発生期の予測可能性が周極渦の変化とともにどのように変動するのか、そしてそれが流れ場の何処に敏感に影響を受けているのか、についての力学的知見を得ることを目的とする. ここでは 3 次元大気モデルを用いた解析を行う前段階として、より自由度の低い球面 2 次元モデルを用いて解析手法の構築を試みる. 2 次元モデルでの周極渦の崩壊・再生については、Rong and Waugh(2004)が、浅水方程式系に下端地形の効果を加えたモデルでも崩壊・再生を繰り返す周期的な変動が得られることを示している.

本研究では、周極渦が崩壊・再生を繰り返す状況を作り出し、そのような流れ場での感度解析を行う (感度解析につい

ては山根(2002)が詳しい). 感度解析は接線形の解析であり、得られる特異値と前方・後方特異ベクトルは、各時刻・評価期間での微小な摂動の時間発展を特徴付けるものである. そして、その結果をもとに誤差の時間発展の非線形段階の解析を目指す.

## 2 球面上 2 次元非発散流モデルでの周極渦の崩壊・再生

Rong and Waugh(2004)は浅水方程式系で周極渦の崩壊・再生サイクルを再現したが、本研究ではさらに自由度の低い 2 次元非発散流モデルを用いる. モデルの支配方程式は球面上の 2 次元ポテンシャル渦度 (Potential Vorticity: PV) 方程式で、次式で与えられる:

$$\frac{Dq}{Dt} = -\frac{1}{t_E}(q - q_0) + nD^3(q - q_0).$$

$$(q = x_a + f + F)$$

ここで、右辺第一項は強制項であり、第二項は粘性項である.  $q$  は PV,  $\xi_a$  は絶対渦度,  $f$  はコリオリパラメータ,  $F$  は地形効果による寄与項で、 $\tau_E$  は緩和時間,  $\nu$  は粘性係数である. 地形は東西波数 1 成分のみで与え、緯度構造は次とする (図 1 右参照):

$$F = 2\Omega \cdot r \cdot B(\phi) \cos \lambda,$$

$$B(\phi) = \begin{cases} \frac{\cot^2 \phi}{\cot^2 60^\circ} \exp\left(1 - \frac{\cot^2 \phi}{\cot^2 60^\circ}\right), & \phi \geq 0^\circ \\ 0, & \phi \leq 0^\circ \end{cases}$$

ここで、 $r$  は流体層の厚さに対する地形面振幅の比で、強制波振幅を支配する実

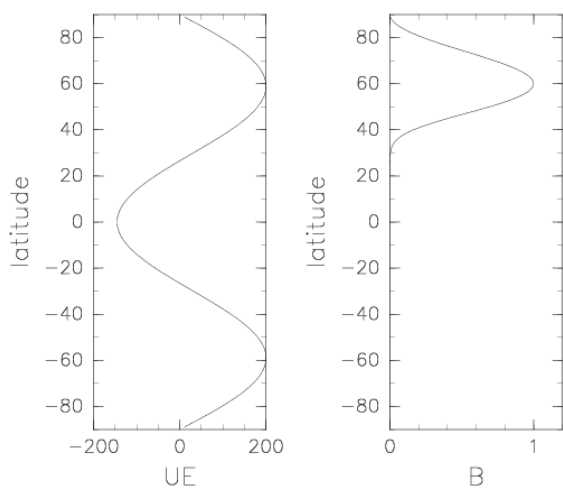


図 1 : 帯状流強制  $U_E$  の緯度依存性 (左), および地形振幅の緯度依存性 (右) .

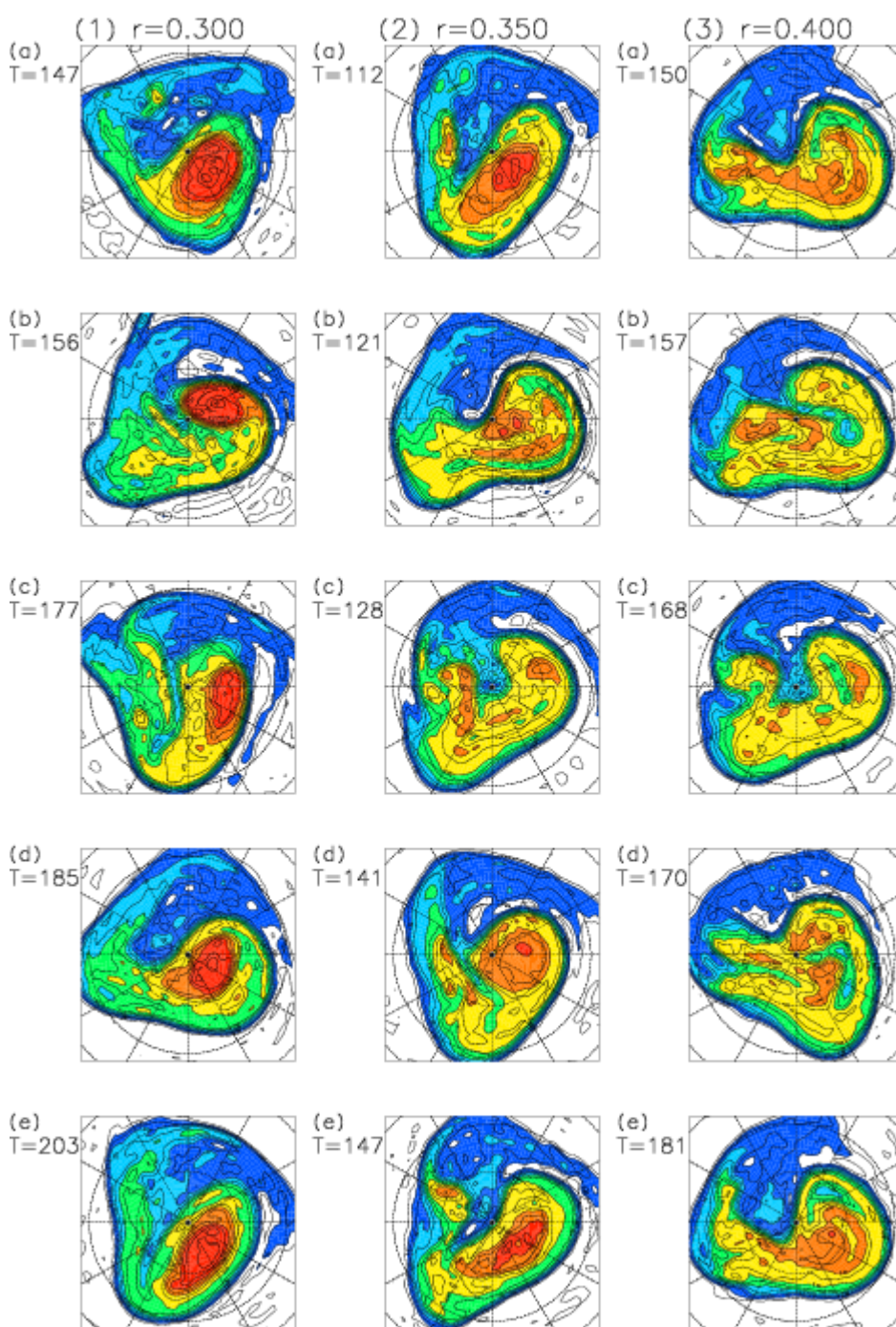


図 2 :  $r=0.3$  (左),  $0.35$  (中),  $0.4$  (右) における PV の水平分布の時間変動.

験パラメータである。

強制項内の  $q_0$  は帯状一様な平衡 PV で、平衡値からのずれに比例した PV の強制が緩和時間 10 日で与えられる。ここでは強制される帯状流の流線関数がルジャンドル多項式  $P_3(\sin \phi)$  で与えられる（例えば、Yoden and Ishioka, 1993）とし、最大風速が 200m/s となるように係数の値を設定する（図 1 左）。数値計算は T42 切断の球面スペクトル法（自由度は 1,848）を用い、4 次のルンゲ - クッタ法で時間発展させる。

$r$  を 0.3, 0.35, 0.4 としたときの、PV の水平分布の時間変動を図 2 に示す。 $r=0.3$  では周極渦が強いままで崩壊せず、PV の大きな勾配で特徴付けられる周極渦の縁が移動性ロスビー波として南北に変位する。 $r=0.35$  では周極渦が崩壊した後に再生するという変動を 30 日程度の周期で繰り返す。さらに  $r$  を大きくし  $r=0.4$  とすると、周極渦が初期に崩壊した後は弱いままで、再生することはない。このように、2 次元 PV 方程式でも適切な地形振幅を与えると、周極渦が崩壊・再生を繰り返す周期的な変動解が得られることがわかった。

このような周極渦の時間空間変動に PV 方程式の各項がどのように寄与しているか、 $r=0.35$  の場合について調べる。図 3(a) は各等 PV 線上で平均した等価緯度 (Equivalent Latitude: EL) を求め、各時刻、各 EL での PV の値を示したものである。高緯度側の太線は  $PV=3.0$ （距離を地球半径、時間を 1 日で無次元化している）であり、低緯度側の太線は  $PV=2.5$  である。極域で PV の値が小さいときが周極渦の崩壊時期で、120 日、180 日頃に大規模な崩壊が、150 日頃には小規模な崩壊が起きている。図 3(b)~(e) は、それぞれ、 $\partial q / \partial t$ 、移流項、強制項、粘性項

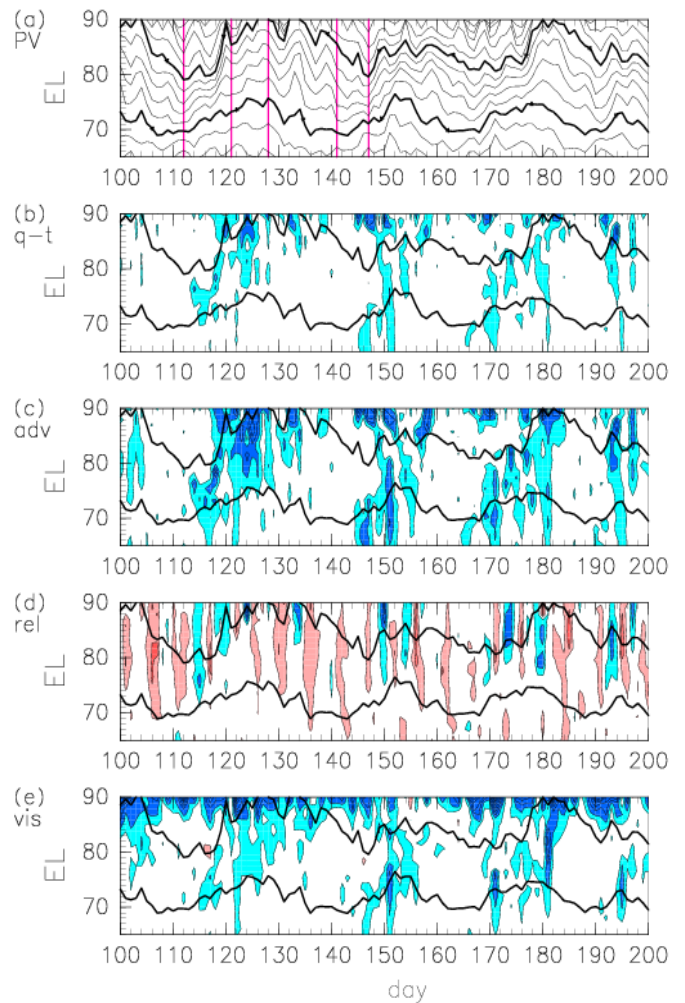


図 3:  $r=0.35$  における PV(a) および等 PV 線上で平均した  $\partial q / \partial t$  (b), 移流項(c), 強制項(d), 粘性項の値(e) の等価緯度 (縦軸) と時刻 (横軸) に対する依存性. (a) の 5 本の赤線は図 2 で示した時刻に対応している. コンター間隔は(b)および(c)が 0.2, (d)が 0.05, (e)が 0.02 である. また青色は(b),(c)では  $-0.2$ , (d)では  $-0.05$ , (e)では  $-0.02$  以下の負の値の領域を, 赤色は (b),(c)では  $0.2$ , (d)では  $0.05$ , (e)では  $0.02$  以上の正の値の領域を表わす.

の値を等 PV 線上で平均して得られた値を示している。(b)と(c)のコンター間隔が同じなので、このような PV 変動に支配的なのは移流項であることがわかる。また、(b)~(e)の各項は周極渦が崩壊する時期に大きな負の値をとっている。強制項(d)では 5 日程度の周期的な変動成分も見られるが、崩壊期には極域で負の値が現れ、再生期には正の値となる。



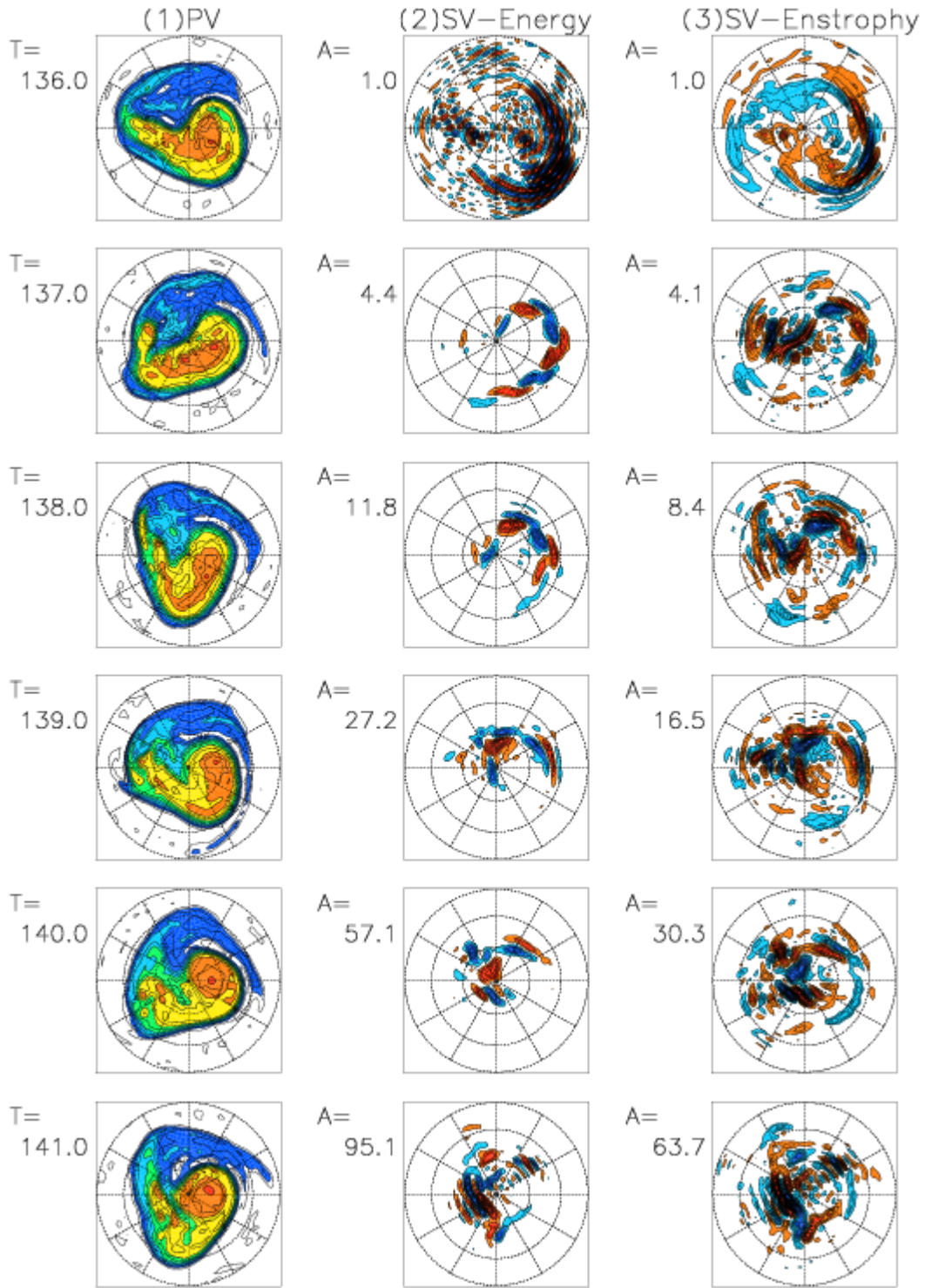


図 4 :  $t_a=136$  日, 評価期間 5 日における第 1 前方特異ベクトルを初期摂動とした場合の, 摂動の時間発展 (136 日目から 141 日目まで 1 日おき) と PV 場との関連. PV の水平分布の時間変動(左), エネルギーノルムを用いた特異ベクトルの時間発展(中), およびエンストロフィーノルムを用いた特異ベクトルの時間発展(右)を示す. 各特異ベクトル図の左肩の A の値は各時刻におけるそれぞれのノルムで測った摂動の大きさを表す (初期時刻の摂動の大きさを 1 とする).

### 3 感度解析

前節で求めた周極渦が崩壊・再生を繰り返す解を基準解とし，それに加えた微小摂動の接線形時間発展を求めて感度解析 (e.g., Yamane and Yoden, 2001) を行う。

#### 3.1 ノルムの選択

摂動の有限評価時間での増大率は，その評価に用いるノルムに依存する．絶対値振幅，エネルギー，エンストロフィーなどのノルムを用いることが多いが，ここではまず後二者の特異ベクトルの違いを確認する。

図 4 は比較の一例で， $t_a=136$  日，評価期間 5 日で最大発達する前方特異ベクトルをそれぞれ求め，その時間発展の様子を 1 日ごとに示したものである．前方特異ベクトル ( $t=136$ ) は，ノルムにより空間構造が大きく異なり，エネルギーノルムの方が波数の大きな成分が卓越している．時間発展とともに両者の空間構造に類似性が見られるようになり，5 日後の後方特異ベクトルは似た空間パターンとなる (図は符号が逆の状況)．本研究では，時間経過に従って波数の小さな成分が卓越していくエネルギーノルムを用いて解析を行う。

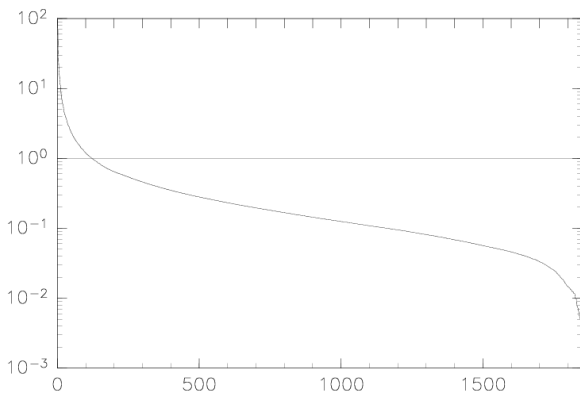


図 5 : 初期時刻  $t_a=136$  日，評価期間 5 日で求めた特異値の大きさ．縦軸は特異値の大きさ，横軸は特異値の番号で，大きい順に並べたもの。

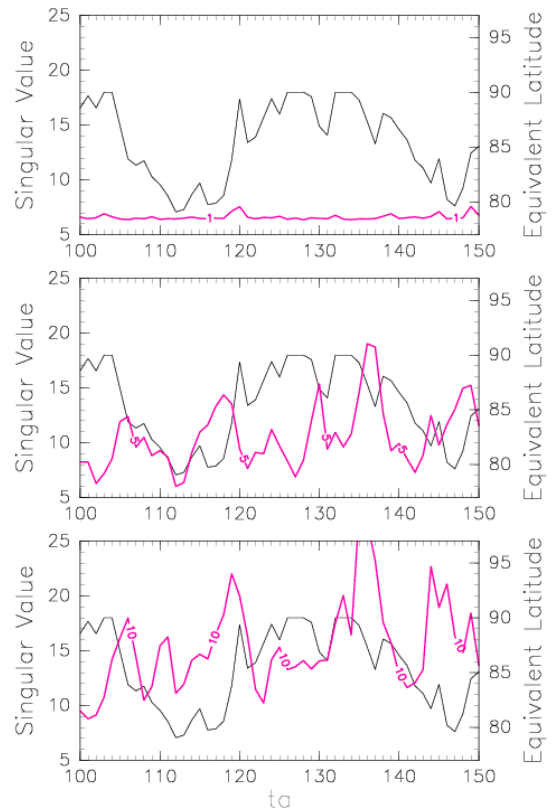


図 6 : 第 1 特異値の  $t_a$  依存性．ここでは特異値を評価期間の長さで割った値，即ち 1 日をあたりの拡大率を赤線で示す．黒線は  $PV=3.0$  の等価緯度値．評価期間が 1 日 (上段)，5 日 (中段)，および 10 日 (下段) の拡大率。

#### 3.2 特異値の時間変動

図 5 は初期時刻  $t_a=136$  日，評価期間 5 日で求めた特異値を 1 番目から 1,848 番目まで大きい順に並べたものである．第 1 特異値は 100 に近い値を示すが，それ以降は値が急激に減少し，122 番目で値が 1 以下となる．すなわち，成長する特異ベクトルは全体のうちの 1 割に満たない。

評価期間を 1 日，5 日，10 日として求めた第 1 特異値 (評価期間の長さで割った 1 日あたりの拡大率) の初期時刻  $t_a$  に対する依存性を図 6 に示す．評価期間 1 日の拡大率はほとんど時間変化しないが，評価期間が 5 日や 10 日の場合には，拡大率の時間変動が大きくなる．周極渦の崩

壊開始時の前後, 105 日~110 日, 115 日~120 日, および再生開始後の 135 日~140 日付近で特に拡大率が大きくなっており, 初期時刻  $t_a=136$  日に最大値をとる. また, ロスビー波の西進に伴う数日周期の変動も認められる.

### 3.3 前方特異ベクトルの時間発展

$t_a=136$  日, 評価期間 5 日で最大発達する前方特異ベクトルの時間発展の様子 (図 4) をみると, 最初の 1 日程度で, 周極渦の縁の流速が大きなジェット流軸域に, 大振幅の摂動の波列が並ぶ. この間に摂動の同位相軸はジェット流のシアで東西方向から北西 - 南東方向に向きを変える (Orr のメカニズム). その後は大振幅の摂動波列がジェット流軸に沿って下流側に流されていく.

## 4 まとめ

簡略化した球面 2 次元 PV 方程式において, 強制波を支配する地形振幅の値を適切に選ぶと, 周極渦が崩壊と再生を繰り返す周期的な変動解が得られた. それよりも小さい値だと周極渦は崩壊せず, 逆に大きい値だと崩壊したままで再生しない. PV 方程式の各項を等 PV 線上で平均して診断すると, PV 変動に支配的な項は移流項であることがわかった. 周極渦の崩壊・再生サイクルに伴って, 崩壊時には粘性散逸項が, 再生時には強制項が大きな値をとる.

このように周極渦が崩壊・再生を繰り返す周期的な解を基準解として感度解析を行った. 評価期間を 5 日として得られた特異値のうち, 値が 1 を超えるものは全体の 1 割以下であり, この系において摂動成長に寄与するのは全成分の一部に過ぎないことがわかる. また評価期間を

5 日, 10 日と長くとした場合には, 特異値は初期時刻  $t_a$  に依存して大きく変動する. 特異値の変動は周極渦の縁でのロスビー波伝播や周極渦の崩壊・再生サイクルと関連して変動していると考えられ, より長期間の数値実験データに基づいた統計的解析を行う必要がある.

感度解析は接線形解析であるが, 実際のアンサンブル予報誤差の時間変動を考えると, 摂動が有限振幅となり非線形性が重要となる, より長期間の振舞いを知る必要がある. 今後, 大きな特異値の前方特異ベクトルを初期値摂動としたアンサンブル時間発展実験を行う予定である. 摂動の拡大率のアンサンブル平均など予報誤差の非線形な時間発展に関連する解析を行い, 周極渦の変動との間にどのような関係があるかを明らかにしていく予定である.

### 参考文献

- Mukougawa, H., Sakai, H., Hirooka, T. (2005): High sensitivity to the initial condition for the prediction of stratosphere sudden warming, *Geophys. Res. Lett.*, **32**:L17806, doi10.1029/2005GL022909.
- Rong, P.P., Waugh, D.W.(2004): Vacillations in a shallow-water model of the stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, **61**, 1174-1185.
- Yamane, S., Yoden, S. (2001): Finite-time evolution of small perturbations superposed on a chaotic solution: Experiment with an idealized barotropic model, *J. Atmos. Sci.*, **58**, 1066-1078.
- 山根省三 (2002): 摂動の線形発展の理論, 気象研究ノート, **201**, 21-71.
- Yoden, S., Ishioka, K. (1993): A numerical experiment on the breakdown of a polar vortex due to forced Rossby waves. *J. Meteor. Soc. Japan*, **71**, 59-72.